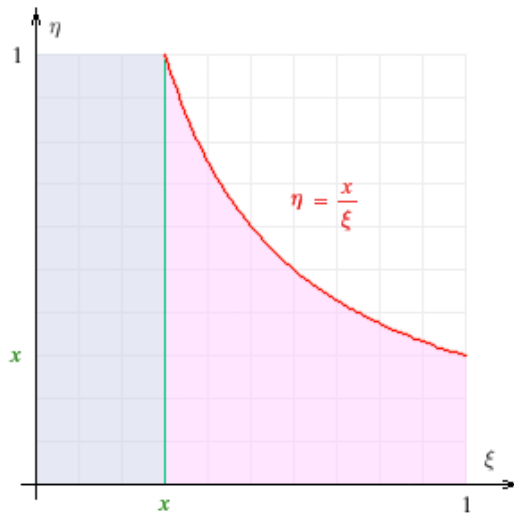


Произведение двух случайных величин, равномерно распределённых от 0 до 1

Составная случайная величина, являющаяся произведением двух равномерно распределённых случайных величин на промежутке $[0, 1]$, очевидно принимает значения от 0 до 1. Интегральная функция распределения для произведения может быть получена тем же путём, как и для суммы.

$$\begin{aligned} G(x) &= \mathbb{P}\{\zeta < x\} = \mathbb{P}\{\xi \cdot \eta < x\} = \\ &= \int_0^x f_1(\xi) \int_0^1 f_2(\eta) d\eta d\xi + \int_x^1 f_1(\xi) \int_0^{x/\xi} f_2(\eta) d\eta d\xi = \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= \int_0^x 1 \cdot \int_0^1 1 \cdot d\eta d\xi + \int_x^1 1 \cdot \int_0^{x/\xi} 1 \cdot d\eta d\xi = \\ &= \int_0^x d\xi + \int_x^1 \frac{x}{\xi} d\xi = x + x \ln \xi \Big|_x^1 = x - x \ln x = x(1 - \ln x). \end{aligned}$$

Плотность $g(x)$ получается дифференцированием $G(x)$:

$$g(x) = 1 \cdot (1 - \ln x) + x \left(-\frac{1}{x} \right) = 1 - \ln x - 1 = -\ln x.$$

